Kompleksna števila

Avtor: **Rok Kralj, 3.a**
Gimnazija Vič, 2008/09
http://rok-kralj.net/si/datoteke/

1. Uvod in definicija

V osnovni matematiki naletimo na problem, ko je treba izračunati izraze, ko je naprimer $\sqrt{-16}$. V množici realnih števil tak izraz označimo kot "nedefiniran".
Za potrebe takih izrazov bomo uvedli ***imaginarno enoto*** i.

$$i^2 = -1$$
$$i = \sqrt{-1}$$

Kompleksno število je sestavljeno iz dveh komponent, **realne** in **imaginarne**.

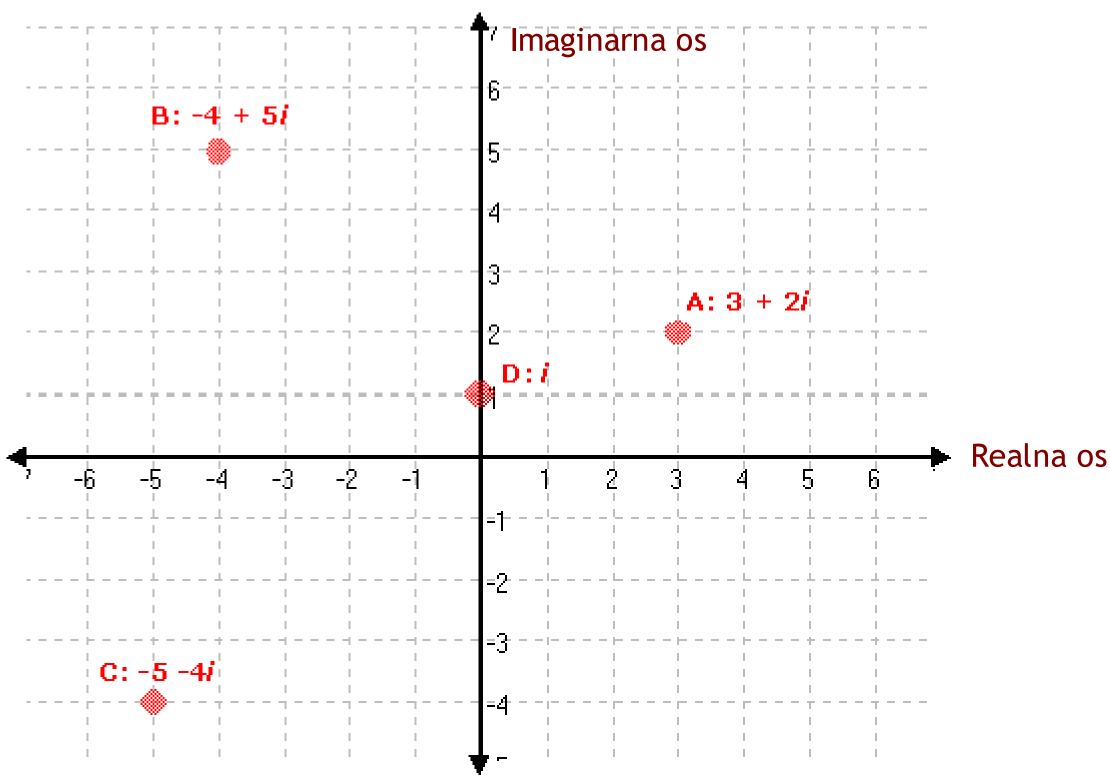
$$z = a + bi \; ; a, b \in \mathbb{R}$$

V našem primeru je a realna komponenta, medtem ko je b imaginarna. A in b sta realni števili.

Množico kompleksnih števil označimo s simbolom $\mathbb{C}$.

$$\sqrt{-16} = 4i$$

2. Predstavitev v koordinatnem sistemu



Realna števila smo uprizarjali na 1D (1-dimenzionalni) številski premici. Za ta števila je taka uprizoritev zadoščala. Številska premica je "zasičena", kar pomeni, da ima čisto vsaka točka na njej svoje število in čisto vsako število svojo točko.

Ker imajo kompleksna števila dve komponenti, jih bomo uprizarjali na 2D koordinatnem sistemu, vsako komponento na svojo os.

3. Računanje s konstanto i

$$i^{4x+0}=1$$
$$i^{4x+1}=i$$
$$i^{4x+2}=-1$$
$$i^{4x+3}=-1\,i$$

4. Konjugirano kompleksno število

Kompleksnemu številu $z=a+bi$ konjugirano kompleksno število je: $z=a-bi$.
Grafično konjugiranje predstavlja zrcaljenje čez realno os.

5. Lastnosti konjugiranega kompleksnega števila

$$\overline{\overline{z}}=z$$

Konjugirano konjugirana vrednost je enaka dani vrednosti kompleksnega števila.

$$\overline{z_1+z_2}=\overline{z_1}+\overline{z_2}$$

Konjugirana vrednost vsote je enaka vstoti konjugiranih vrednosti kompleksnih števil.

$$\overline{z_1\cdot z_2}=\overline{z_1}\cdot\overline{z_2}$$

Konjugirana vrednost produkta je enaka produkti konjugiranih vrednosti kompleksnih števil.

6. Absolutna vrednost kompleksnega števila

Grafično je absolutna vrednost kompleksnega števila razdalja od T(0, 0) do T(Re z, Im z).

$$|a+bi|=\sqrt{(\operatorname{Re} z)^2+(\operatorname{Im} z)^2}=\sqrt{\overline{z}\cdot z}=|(\operatorname{Re} z,\operatorname{Im} z)|$$

7. Lastnisti absolutne vrednosti kompleksnega števila

$$|z|\geq 0$$

Ker razdalja ne more biti negativna, je absolutna vrednost vedno večja ali enaka 0.

$$|z|=0\Leftrightarrow z=0$$

Absolutna vrednost kompleksnega števila je enaka 0 samo takrat, ko je to kompleksno število enako 0.

$$|z|=|-z|=|\overline{z}|$$

Absolutne vrednosti kompleksnega, nasprotnega in konjugiranega števila so enake.

$$|z_1\cdot z_2|=|z_1|\cdot|z_2|$$

Absolutna vrednost produkta kompleksnih števil je enaka produktu absolutnih vrednostih teh števil.

$$|z_1+z_2|\leq|z_1|+|z_2|$$

Absolutna vrednost vsote kompleksnih števil je manjša ali enaka vsoti absolutnih vrednostih teh števil.