

Vektorji

Avtor: Rok Kralj, 3.a
Gimnazija Vič, 2008/09
<http://rok-kralj.net/si/datoteke/>

Def: Vektor \vec{AB} je usmerjena daljica AB.

To pomeni, da ima poleg dolžine določeno tudi smer.

Def2: Vektor \vec{AB} je urejen par točk A in B.

1. Nasprotni vektor

Če vektorju \vec{AB} spremenimo usmerjenost, dobimo njegov nasprotni vektor.

1. $-\vec{AB} = \vec{BA}$
2. $-(6, 2, 9) = (-6, -2, -9)$

2. Ničelni vektor

Vektor, katerega dolžina je 0 in se začetna točka ujema z začetno je ničelni vektor.

1. $\vec{AA} = \vec{0}$
2. $(0, 0, 0) = \vec{0}$

3. Enotski vektor

Enotski vektor je vsak vektor, katerega dolžina je 1.

1. $|\vec{a}| = 5$
 $\vec{e}_a = \frac{1}{5} \vec{a}$
2. $|\vec{e}_{(6,2,9)}}| = 1 = |(6x, 2x, 9x)| = \sqrt{36x^2 + 4x^2 + 81x^2} = 11x$
 $x = \frac{1}{11}$
 $\vec{e}_{(6,2,9)}} = \left(\frac{6}{11}, \frac{2}{11}, \frac{9}{11}\right)$

4. Krajevni vektor

Krajevni vektor je vektor, ki povezuje koordinatno izhodišče in dano točko.

2. $\vec{r}_T = \vec{OT} = (T_x, T_y, T_z)$
 $\vec{r}_{T(6,2,9)}} = (6, 2, 9)$

5. Skalarni produkt

Skalarni produkt je nova operacija.

vektor · vektor = skalar

1. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \alpha$
2. $(a_1, a_2, a_3) \cdot (b_1, b_2, b_3) = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$

Značilnosti skalarnega produkta:

$$\begin{aligned}\vec{a} \cdot \vec{b} &= \vec{b} \cdot \vec{a} \\ \vec{a} (\lambda \vec{b}) &= \lambda (\vec{a} \cdot \vec{b}) \\ \vec{a} (\vec{b} + \vec{c}) &= \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c} \\ \vec{a} \perp \vec{b} \vee \vec{a} \neq \vec{0} \vee \vec{b} \neq \vec{0} &\Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0\end{aligned}$$

6. Dolžina vektorja

$$\begin{aligned}1. \quad |\vec{a}|^2 &= \vec{a} \cdot \vec{a} \\ |\vec{a}| &= \sqrt{\vec{a} \cdot \vec{a}} \\ 2. \quad |(a_1, a_2, a_3)| &= \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \\ |(6, 2, 9)| &= \sqrt{6^2 + 2^2 + 9^2} = \sqrt{121} = 11\end{aligned}$$

7. Preverjanje vzporednosti

$$\begin{aligned}1. \quad \vec{a} &= \lambda \cdot \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \parallel \vec{b} \\ 2. \quad (a_1, a_2, a_3) &= (\lambda a_1, \lambda a_2, \lambda a_3) \Leftrightarrow \vec{a} \parallel \vec{b}\end{aligned}$$

8. Preverjanje pravokotnosti

$$\begin{aligned}1. \quad \vec{a} \perp \vec{b} &\Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \\ 2. \quad \vec{a} \perp \vec{b} &\Rightarrow a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 = 0\end{aligned}$$

9. Določanje kota med vektorjema

$$\begin{aligned}1. \quad \cos \phi &= \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} \\ \phi &= \arccos \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} \\ 2. \quad \phi &= \arccos \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3}{\sqrt{(a_1^2 + a_2^2 + a_3^2) \cdot (b_1^2 + b_2^2 + b_3^2)}}\end{aligned}$$

10. Projekcija

$$\begin{aligned}1. \quad pr_{\vec{a}} \vec{b} &= |\vec{b}| \cdot \cos \phi \\ pr_{\vec{a}} \vec{b} &\dots \text{projekcija } \vec{b} \text{ na } \vec{a}\end{aligned}$$

11. Kosinusni izrek

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$$